

L'étude dimensionnelle**I. Unité du Système International (S.I.)**

Le Système International compte **sept unités de base** :

le mètre (m), le kilogramme (kg), la seconde (s), l'ampère (A), le kelvin (K), la mole (mol) et la candela (cd)
Ces unités sont censées quantifier des grandeurs physiques indépendantes.

De ces sept unités sont déduites les **unités dérivées du Système International** :

Grandeur Physique	Unité	Symbole	Expression en unités de base
Fréquence	hertz	Hz	s^{-1}
Force	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Pression	pascal	Pa	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
Energie	joule	J	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
Puissance	watt	W	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
Charge électrique	coulomb	C	A·s
Tension électrique	volt	V	$kg \cdot m^2 \cdot A^{-1} \cdot s^{-3}$
Eclairement lumineux	lux	lx	$cd \cdot m^{-2}$
Vitesse	mètres par seconde		$m \cdot s^{-1}$
Masse volumique	kilogrammes par m ³		$kg \cdot m^{-3}$
Etc...			

Questions :

a) Retrouver l'expression en unité de base de la force.

b) Même question pour l'énergie.

c) Sachant que :

$$F = qE \text{ et } E = \frac{U}{d} \text{ avec } U \text{ la tension, } E \text{ le champ électrique et } d \text{ la distance}$$

retrouver l'expression en unités de base du volt.

d) Quelle est, dans le S.I., l'unité de la résistance électrique ? Retrouver son expression en unités de base.

II. Calculs avec constante

Dans un calcul, on n'est pas tenu d'utiliser les unités S.I. **sauf si** l'on utilise la valeur d'une constante exprimée habituellement dans le système S.I.

Exemple où S.I. obligatoire :
 $E = mc^2$ avec $c = 299\,792\,458$ S.I.

Exemple où S.I. facultatif :
 $n = C \times V$

Exemples de constantes :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314\,462 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,673\,848 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Constante de Planck : $h = 6,626\,070 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Questions :

- Pour chacune des constantes proposées ci-dessus, donner une relation dans laquelle elles apparaissent.
- Citer deux autres exemples de constantes.
- Dans les exemples ci-dessus, la constante h est-elle exprimée dans le S.I. ?
- Exprimer les constantes R et h dans les unités de base du S.I.
- A l'aide de l'expression $PV = nRT$, retrouver le volume molaire d'un gaz parfait à 0°C et sous 1 atm.

III. Etude dimensionnelle

1. Méthode 1

Recherche de l'unité de G :

$$\text{On sait que : } F = G \cdot \frac{m \cdot m'}{d^2} \Leftrightarrow G = \frac{F \times d^2}{m \cdot m'}$$

$$\text{On remplace alors chaque grandeur par son unité : } \frac{N \times m^2}{kg^2} = N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$$

$$\text{L'unité de } G \text{ dans le S.I. est : } N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \Leftrightarrow m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$$

2. Méthode 2

$$\text{On pose } K = \frac{d \times v}{f}.$$

$$\text{On a alors : } [K] = \frac{L \times L \cdot T^{-2}}{T^{-1}} = L^2 \cdot T^{-1}$$

$$\text{Donc l'unité de } K \text{ dans le S.I. est : } m^2 \cdot s^{-1}$$

A retenir :

- $[A]$ signifie dimension (et donc unité) de A
- L est en mètres
- T est en secondes s
- M est en kilogrammes kg
- I est en ampères A
- U est en volts V
- N est en moles mol
- etc....

Questions :

- a) A l'aide de l'expression du poids retrouver les unités de l'intensité du champ de pesanteur.
- b) L'intensité sonore est équivalente à la puissance d'un son par unité de surface. Déterminer l'unité de l'intensité sonore dans le S.I.
- c) Une équation indique que :

$$a + \frac{k}{m} v = g \text{ avec } g \text{ l'intensité du champ de pesanteur}$$

Déterminer l'unité de a et celle de k dans le S.I.

IV. Exercices

1) Retrouver l'unité de a :

$$\text{a) } a = \frac{b}{c^2} \times d \text{ avec : } b \text{ en } m ; c \text{ en } kg ; d \text{ en } kg$$

$$\text{b) } a = \frac{b \times d}{c^2} \text{ avec : } b \text{ en } m/s ; c \text{ en } m ; d \text{ en } m/s$$

$$\text{c) } a = b \times \frac{c^2}{d \times e} \text{ avec : } b \text{ en } kg ; c \text{ en } L/kg ; d \text{ en } L ; e \text{ en } L/kg$$

2) On sait que $a = b^2 \times (c/d)$ avec $b = 200 \text{ cm}$, $c = 0,50 \text{ N} \cdot m^{-1}$ et $d = 4,0 \text{ m}$. Retrouver l'unité et la valeur de a .

3) Puissance et énergie :

- a) Quelle est la relation qui lie la puissance P au travail W ?
- b) En déduire une expression possible du joule en fonction de la seconde et du watt.
- c) Rechercher alors la correspondance entre le kW·h et le J.