# PARTIE II : COMPRENDRE

- Choisir un référentiel d'étude.
- Définir et reconnaître des mouvements (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément varié, circulaire uniforme, circulaire non uniforme) et donner dans chaque cas les caractéristiques du vecteur accélération.
- Définir la quantité de mouvement d'un point matériel.
- Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en oeuvre pour étudier des mouvements dans des champs de pesanteur et électrostatique uniformes.
- Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour étudier un mouvement.
- Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour interpréter un mode de propulsion par réaction à l'aide d'un bilan qualitatif de quantité de mouvement.

## Chapitre 5

**Cinématique et dynamique newtoniennes**

## I. Etude cinématique

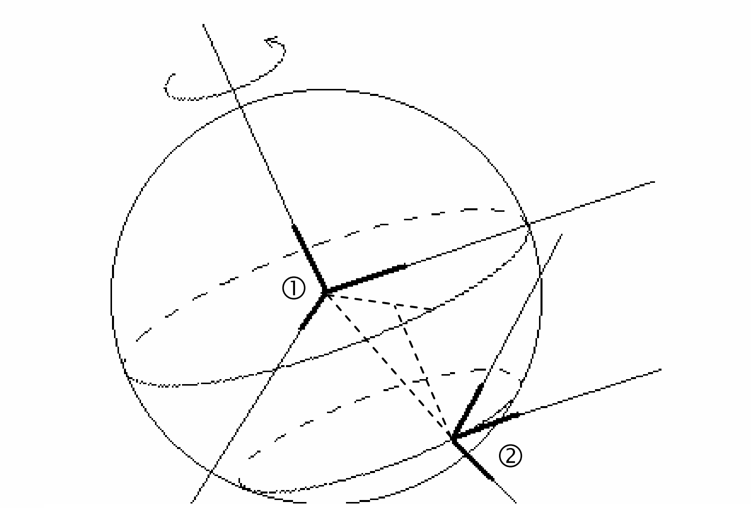
La **cinématique** est l'étude du mouvement indépendamment des causes qui le provoquent.

### I.1 Référentiel et repère

Le référentiel est un endroit de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'un mobile.

A chaque référentiel est associé :

- un repère d'espace pour quantifier la position
- un repère de temps pour associer une date à chaque position.




⇧ *Figure 1 :*

*Référentiel géocentrique ① et référentiel terrestre ②*

*A noter :*

Ne pas confondre le **référentiel terrestre** immobile à la surface de la Terre (*ex* : arbre) et le **référentiel géocentrique** placé au centre de la Terre.

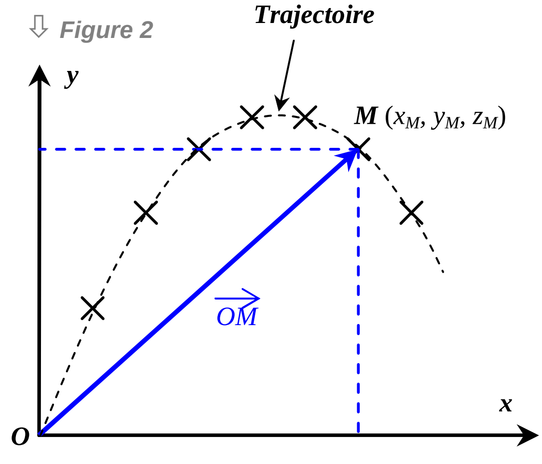
### I.2 Vecteur position

La position d'un mobile $M$ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est donnée par son **vecteur position** $\overrightarrow{OM}$ :

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M - x_0 \\ y_M - y_0 \\ z_M - z_0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = x_M\ \vec{i} + y_M\ \vec{j} + z_M\ \vec{k}$$

⇩ *Figure 2*



L'ensemble des points qu'occupe successivement le mobile *M* au cours du temps est appelé trajectoire.

Lorsqu'un mobile se déplace sur sa trajectoire, sa position change au cours du temps. A chaque position $\overrightarrow{OM}$ est donc associée une date *t*.
La position étant donc fonction du temps, on la notera : $\overrightarrow{OM}(t)$

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$ avec $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ des fonctions qui dépendent du temps *t*.

### I.3 Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse caractérise la variation du vecteur position en fonction du temps.

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur vitesse instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

*v* en $m{\cdot}s^{-1}$
*OM* en *m*
*t* en *s*

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}$$

*Notation :* $v_x = \dot{x} = \frac{d\,x}{dt}$ - $v_y = \dot{y} = \frac{d\,y}{dt}$ - $v_z = \dot{z} = \frac{d\,z}{dt}$

La valeur de la vitesse à une date donnée est égale à la norme du vecteur : $\boxed{\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}}}$

*Exercice :*

La position d'un mobile *M* au cours du temps est donnée par le vecteur : $\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \\ z(t) = 0 \end{pmatrix}$

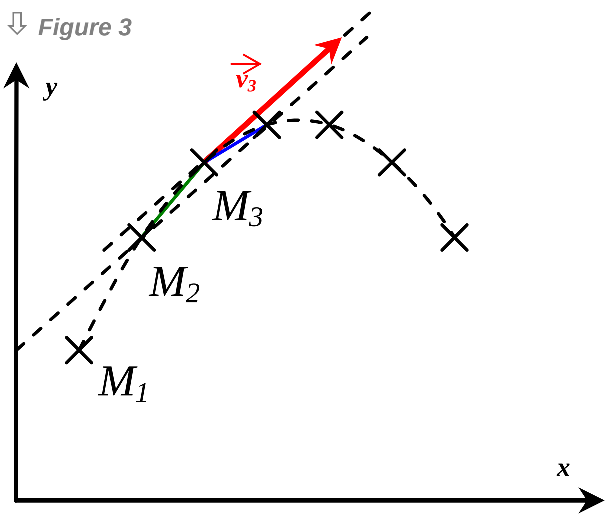
a) Représenter sa trajectoire dans un repère entre 0 et 3 *s*.
b) Pourquoi peut-on parler d'un mouvement plan ?
c) Déterminer l'expression du vecteur vitesse du mobile en fonction du temps.
d) Déterminer la valeur de la vitesse du mobile à la date *t* = 2,0 *s*.

Graphiquement, sur un relevé de positions, le vecteur vitesse en un point est une moyenne de la vitesse entre le point précédent et le point suivant. Ce vecteur est porté par la tangente à la trajectoire et est orienté dans le sens du mouvement.

$$\vec{v} = \frac{\text{variation position}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_3 = \frac{\overrightarrow{OM_4} - \overrightarrow{OM_2}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{OM_4} + \overrightarrow{M_2O}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2\tau}$$

⇩ Figure 3




*Remarque :*

La durée constante entre deux positions successives du mobile sur un relevé est notée ici τ.

Méthode de tracé du vecteur vitesse $\vec{v}_3$ :

1) Mesurer les segments $M_2M_3$ et $M_3M_4$
2) Calculer la norme du vecteur :
$$\|\vec{v}_3\| = v_3 = \frac{M_2M_3 + M_3M_4}{2\,\tau}$$
3) Tracer ce vecteur sur le relevé en tenant compte de l'échelle.

## I.4 Vecteur accélération

Le vecteur accélération caractérise la variation du vecteur vitesse en fonction du temps.

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur accélération instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

*a* en $m \cdot s^{-2}$
*v* en $m \cdot s^{-1}$
*t* en *s*

$$\vec{a} = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j} + a_z\,\vec{k} = \dot{v}_x\,\vec{i} + \dot{v}_y\,\vec{j} + \dot{v}_z\,\vec{k}$$

*Notation :* $a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} = \dfrac{d\,v_x}{dt} = \dfrac{d^2\,x}{dt^2}$ - De même pour $a_y$ et $a_z$

Graphiquement, sur un relevé de positions, pour tracer le vecteur accélération en un point, il faut au préalable tracer le vecteur « variation de vitesse » noté $\Delta\vec{v}$.

$$\vec{a} = \frac{\text{variation vitesse}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a_4} = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_5} - \vec{v_3}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_5} - \vec{v_3}}{2\tau}$$

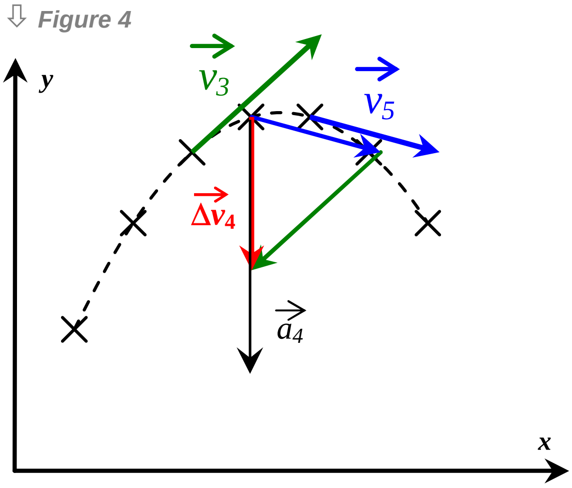
Méthode de tracé du vecteur accélération $\vec{a_4}$ :

1) Tracer le vecteur vitesse en $M_3$ et celui en $M_5$.
2) Construire en partant de $M_4$ le vecteur : $\Delta\vec{v} = \vec{v_5} - \vec{v_3}$
3) Calculer la norme de l'accélération grâce à la formule :

$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\,\tau}$$

4) Tracer ce vecteur accélération dans le même sens et la même direction que $\overrightarrow{\Delta v_4}$ en tenant compte de l'échelle.

⇩ Figure 4




*Exercice :*

La position d'un mobile *M* au cours du temps est donnée par le vecteur : $\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \\ z(t) = 0 \end{pmatrix}$

a) Déterminer l'expression du vecteur accélération *a*(*t*) en fonction du temps.
b) Calculer la valeur de l'accélération subie par le mobile à la date *t* = 2,7 *s*.

## I.5 Vecteur quantité de mouvement

Le vecteur « quantité de mouvement » $\vec{p}$ d'un point matériel est égal au produit de sa masse *m* par son vecteur vitesse $\vec{v}$ :

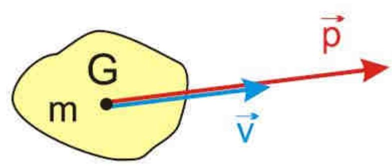
$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

*m* en *kg*
*v* en $m \cdot s^{-1}$
*p* en $kg \cdot m \cdot s^{-1}$

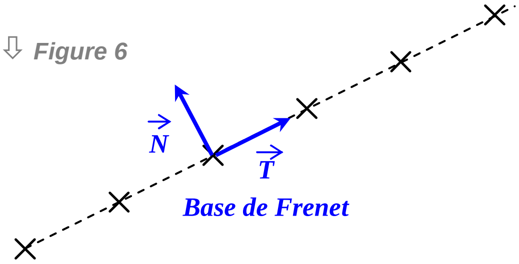
*A noter :*

Le vecteur quantité de mouvement et le vecteur vitesse ont toujours même sens et même direction.

Figure 5 ⇨



## II. Le mouvement




⇩ Figure 6

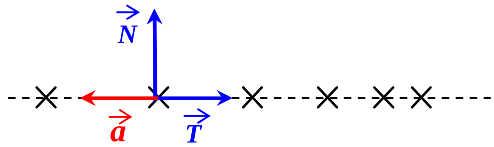
Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par une accélération nulle (**$a_N$ = $a_T$ = 0**) car le vecteur vitesse du mobile est constant.

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N} = 0 \cdot \vec{T} + 0 \cdot \vec{N}$$

*Exemple :*

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} 3t+5 \\ -2t \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

⇩ Figure 7



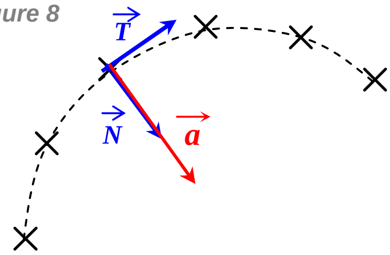

Le mouvement rectiligne varié ou accéléré est caractérisé par :

- une accélération normale nulle ($a_N = 0$)
- une accélération tangentielle non nulle ($a_T \neq 0$)

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T \cdot \vec{T} + 0 \cdot \vec{N} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \overrightarrow{a_T}$$

D'une manière générale, le mouvement rectiligne implique une accélération normale nulle.

⇩ Figure 8




Le mouvement curviligne uniforme est caractérisé par :

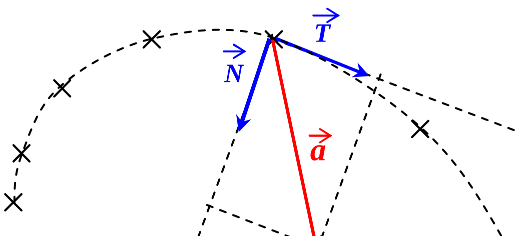
- une accélération normale non nulle ($a_N \neq 0$)
- une accélération tangentielle nulle ($a_T = 0$)

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = 0 \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \overrightarrow{a_N}$$

D'une manière générale, le mouvement uniforme implique une accélération tangentielle nulle.

Le mouvement curviligne varié est caractérisé par une accélération normale et une accélération tangentielle non nulles. ($a_T \neq 0$ et $a_N \neq 0$)

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N} = a_T \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N}$$




⇧ Figure 9

*A noter :*

Une trajectoire curviligne peut être circulaire, elliptique, parabolique ou autre.
Par exemple, le mouvement de la Terre dans le référentiel héliocentrique est circulaire uniforme.

La trajectoire et le mouvement d'un mobile dépendent du référentiel choisi.

Conclusions :

- $a_T = 0$ ⇔ mouvement rectiligne ou curviligne UNIFORME
- $a_N = 0$ ⇔ mouvement RECTILIGNE uniforme ou varié

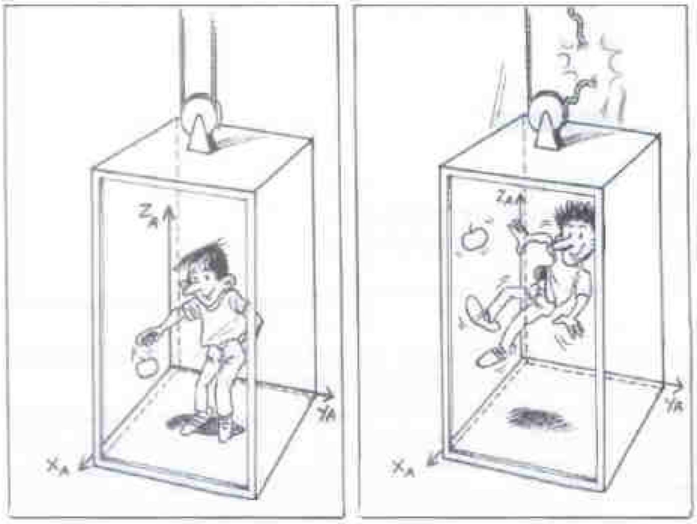
## III. Les lois de Newton

### III.1 Première loi

*Principe d'inertie*

Dans un référentiel galiléen, tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme s'il est soumis à des forces qui se compensent.

⇩ *Figure 10 : référentiel galiléen et référentiel non galiléen*



*A noter :*

- L'état de repos et le mouvement rectiligne uniforme sont tous deux caractérisés par un vecteur vitesse constant.

  Donc $\Delta\vec{v} = \vec{0}$

  Or $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ donc $\vec{a} = \dfrac{\vec{0}}{\Delta t} = \vec{0}$

- Un corps soumis à des forces qui se compensent est dit pseudo-isolé.
- Un corps soumis à aucune force est dit isolé.

Un référentiel est dit galiléen si le principe de l'inertie y est vérifié.

Dans l'ascenseur immobile (à gauche) la pomme lâchée tombe. Son mouvement n'est pas rectiligne uniforme car elle n'est pas soumise à des forces qui se compensent (il n'y a que le poids). Le principe de l'inertie est vérifié.

Dans l'ascenseur en chute libre, la pomme est immobile par rapport à l'ascenseur, pourtant elle n'est soumise qu'à une force (son poids). Donc les forces ne se compensent pas ! Le principe d'inertie n'est pas vérifié !
On en déduit donc que le référentiel "ascenseur en chute libre" n'est pas galiléen.

### III.2 Deuxième loi

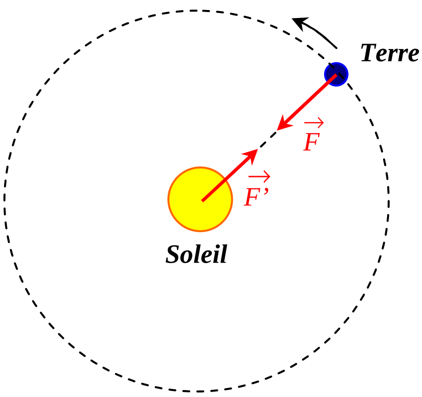
*Principe fondamentale de la dynamique*

Dans un référentiel galiléen, si un objet ponctuel est soumis à des forces extérieures, alors le vecteur « somme des forces » $\Sigma\vec{F}$ est égal à la dérivée par rapport au temps de son vecteur « quantité de mouvement » $\vec{p}$ :

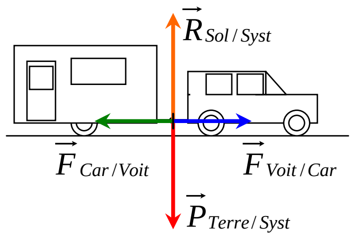
$$\boxed{\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

*A noter :*

Seules les forces exercées par l'extérieur sur le système étudié sont à prendre en compte dans le bilan des forces.




⇦ ⇩ *Figure 11*




*Questions :*

a) On considère le système $\{Terre\}$. D'après la figure 11, déterminer la direction et le sens du vecteur quantité de mouvement de la Terre.

b) On considère le système $\{voiture + caravane\}$ de la figure 11.
Parmi les forces représentées, déterminer celles que l'on appelle des forces extérieures. Justifier.

c) Montrer que la relation fondamentale de la dynamique peut aussi s'écrire : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

### III.3 Troisième loi

*Principe des actions réciproques*

Si un système A exerce sur un système B une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le système B exerce sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

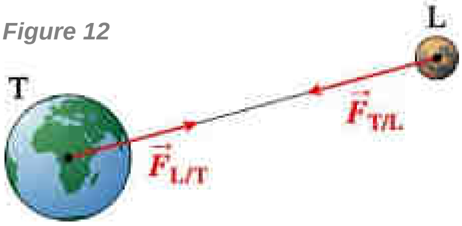
$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

*A noter :*

Ces deux forces ont donc même direction et même intensité mais sont de sens opposés.

*Exemple :*

⇩ *Figure 12*




La force exercée par la Terre sur la Lune a même direction et même intensité que la force exercée par la Lune sur la Terre.

$$F_{T/L} = F_{L/T} = G \cdot \frac{M_L \cdot M_T}{d_{T-L}^{\ 2}}$$

Par contre, ces deux forces sont de sens opposés.

## IV/ Application à la propulsion

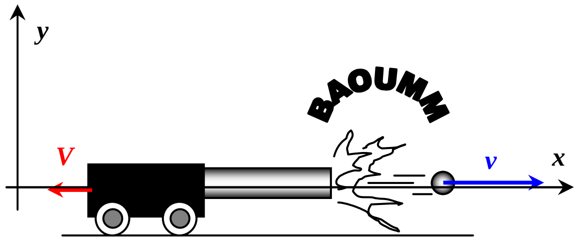
*A noter :*

A chaque instant, le vecteur quantité de mouvement d'un système constitué de *n* points matériels est égal à la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque point matériel.

$$\boxed{\vec{p}_{système} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \ldots + \vec{p_n} = \sum_1^n \vec{p_i}}$$

*Questions :*

Considérons un système {*canon-boulet*} initialement au repos. Le canon monté sur roues tire à l'horizontale.
La masse du canon est $M$ = 2,5 $t$. La masse du boulet est de $m$ = 25 $kg$.
Avant le tir, le système est immobile dans le référentiel terrestre.
Juste après le tir, la vitesse du boulet à la sortie du canon vaut $v$ = 540 $km/h$ et la vitesse de recul du canon est $V$ = 1,5 $m/s$.




a) Que vaut la quantité de mouvement du système avant le tir ?
b) Que peut-on alors dire du système ?
c) Donner l'expression du vecteur quantité de mouvement du boulet après le tir en fonction de $m$, $v$ et de $\vec{i}$.
d) De même pour le vecteur quantité de mouvement du canon en fonction de $M$, $v$ et $\vec{i}$.
e) En déduire la quantité du mouvement du système juste après le tir et conclure

**!** Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé est un vecteur constant.