LOIS DE KEPLER
LA COMETE DE HALLEY

1. Découverte de la comète de Halley

Comètes que l'on craint à l'égal du tonnerre,
Cessez d'épouvanter les peuples de la Terre,
Dans une ellipse immense achevez votre cours,
Remontez, descendez près de l'astre des jours,
Lancez vos feux, volez, et revenant sans cesse,
Des mondes épuisés ranimez la vieillesse. ***Voltaire*** (1694 - 1778)

« Ecrits en 1738 par Voltaire à son amie la marquise du Châtelet, ces vers illustrent d'une façon remarquable une révolution capitale dans l'histoire de la compréhension des comètes par l'humanité.
Jusque-là, ces astres au cours apparemment erratique, à l'apparition imprévisible, à l'aspect spectaculaire et rapidement changeant, étaient considérés avec crainte et superstition comme des présages néfastes et annonciateurs de grandes catastrophes. Mais au XVII ième siècle, on comprenait enfin, grâce notamment aux travaux de Johannes Kepler, d'Isaac Newton et d'Edmund Halley que le mouvement apparemment étrange des comètes sur la voûte céleste obéit en fait aux mêmes lois que le mouvement des planètes. (…) Dans le cas des comètes l'ellipse est simplement beaucoup plus allongée (plus excentrique) que celles qui sont parcourues par les planètes. »

Le Grand Atlas Universalis de l'Astronomie

Selon des annales chinoises, les premières observations de la comète de Halley datent d'au moins 240 av. J.C. En 1682, Edmund Halley (1656 – 1743), alors âgé de 26 ans, aidé par Isaac Newton, prédit le retour de cette comète pour 1759. La comète fut au rendez-vous vérifiant ainsi les lois de Kepler. Durant l'été 1911 la Terre traversa la queue de poussière et de gaz de la comète provoquant une grande inquiétude populaire allant même jusqu'aux grandes prédictions de fin du monde apocalyptique propres à toute fin proche d'un millénaire. On avait en effet détecté par spectroscopie la présence dans l'atmosphère de la comète d'un gaz très toxique, le cyanogène C_2N_2, et des escrocs en profitèrent pour vendre des pilules « anticomète ».

2. Etude du mouvement de la comète

1. Analyse du mouvement

1. Qualifier le mouvement de la comète autour du Soleil.
2. Le vecteur vitesse de la comète est-il constant en direction ? En norme ?
3. En déduire l'expression correcte du vecteur accélération $\vec{a}$ de la comète :

   ☐ $\vec{a} = a_T \times \vec{T} + a_N \times \vec{N}$ ☐ $\vec{a} = a_T \times \vec{T}$ ☐ $\vec{a} = a_N \times \vec{N}$
4. Faire le bilan des forces qui s'appliquent sur la comète en négligeant tout autre astre que le Soleil.
5. Le mouvement de la comète défini à la question 1 est-il en accord avec le principe de l'inertie ? Justifier clairement.

2. Analyse du relevé

1. En regardant les données des caractéristiques de l'orbite de la comète, retrouver l'excentricité e d'un cercle.
2. Le plan de l'orbite de la comète est-il confondu avec celui de la Terre ? Justifier.
3. À l'aide des valeurs du périhélie et de l'aphélie données sur le relevé de positions, déterminer la valeur du demi-grand axe a en $u.a.$
4. Tracer au crayon de papier l'orbite de la Terre (même si elle n'est pas rigoureusement dans le même plan que celui de la comète).
5. Déterminer la correspondance entre la division du relevé et l'unité astronomique.

3. Partie Python

On cherche à l'aide d'un programme en Python à montrer que la loi des aires marche bien pour la comète de Halley. Il faut donc pouvoir calculer l'aire du triangle formé par 2 positions successives de la comète à un an d'intervalle et la position du Soleil.

Rmq : On approximera l'aire de ce triangle à celui de la surface réellement créée par le rayon vecteur de la comète lorsqu'il se déplace d'une année.

La formule permettant de calculer l'aire A d'un triangle à partir des coordonnées de trois points M_0, M_1 et M_2 dans le même plan est :

$$A = 0.5 \times (x_0 * (y_1 - y_2) + x_1 * (y_2 - y_0) + x_2 * (y_0 - y_1))$$

Le calcul des aires peut se faire en km^2, en $u.a.^2$ ou encore en div^2 avec les divisions du relevé de position. La seule chose à vérifier est que les aires des différents triangles soient bien constantes, quelque soit l'unité retenue pour les calculs.

On calculera dans le programme ***TP4a.py*** disponible sur le site les aires en div^2 que l'on pourra en fin de programme convertir en km^2.

```
1.  x = ??
2.  y = ??
3.
4.  # L'utilisateur entre les coordonnées de trois points
5.  for i in range (0,3):           # ici i prend donc successivement les valeurs 0, 1 et 2
6.      print ("Point M",i," : ")
7.      Abs = float(input("Entrer l'abscisse :"))
8.      Ord = float(input("Entrer l'ordonnée :"))
9.      x.append(Abs)
10.     y.append(Ord)
11.
12. print ()
13. print ("-------------------------")
14.
15. # Python affiche les coordonnées des 3 points pour vérification
16. print ("Les coordonnées des points entrés sont :")
17. for i in range (0,3):
18.     print ("Point M",i," : ")
19.     Abs = x[i]
20.     Ord = y[i]
21.     print ("x = ",Abs," ; y = ",Ord)
22.
23. print ()
24. print ("-------------------------")
25.
26. print ("calcul de l'air du triangle formé par ces trois points :")
27. A = 0.5*(??)
28. print (round(A,2)," div²")          # Affiche la valeur de l'aire avec 2 chiffres après la virgule.
```

❶ x et y sont des listes. Compléter les lignes 1 et 2 comme il se doit.

❷ Compléter la ligne 27 en utilisant la formule donnée précédemment et permettant de tracer l'aire d'un triangle.

❸ Une fois ce programme fonctionnel, vérifier que l'aire du triangle formé par la position S du Soleil et les positions de la comète aux dates 1987 (M_{1987}) et 1988 (M_{1988}) donne une surface de 1,60 div^2 (triangle bleu sur le relevé).

❹ Déterminer alors à l'aide du programme l'aire des triangles $SM_{1992}M_{1993}$ et $SM_{2009}M_{2010}$, puis $SM_{1983}M_{1984}$ en relevant les coordonnées.

❺ Les 4 valeurs obtenues sont-elles en accord avec la loi des aires de *J. Kepler* ? Justifier.

N°	Corps	***T*** *(j)*	***a*** *(km)*
1	2020 CD3	378	$153{\cdot}10^6$
2	Lune	27,3	$384{\cdot}10^3$
3	Hot Bird 6	0,997	$42{,}8{\cdot}10^3$
4	2069 Hubble	2 049	$473{\cdot}10^6$
5	Haumea	103 410	$6{,}45{\cdot}10^9$
6	S2	5 548	$143{\cdot}10^9$
7	Saturne	10 754	$1{,}42{\cdot}10^9$

On cherche à présent, à l'aide d'un nouveau programme, à déterminer les corps qui tournent autour du même astre central. On utilise ici la troisième loi de *Kepler* :

Pour tous les corps tournant autour du même astre central on a : $\dfrac{T^2}{a^3} = Cste$

A noter :
- y^x s'écrit en Python : `y**x`
- 1000 s'écrit en Python : `1e3`

Compléter le programme ***TP4b.py*** ci-dessous et disponible sur le site.

```
import matplotlib.pyplot as plt

T = ??                          # à compléter à partir des données du tableau (en jours)
a = ??                          # à compléter à partir des données du tableau (en km)
Cste = []

for i in range (0,7):           # boucle qui calcule la Cste pour chaque corps en orbite
    K = ??                      # à compléter pour un calcul dans les unités SI
    Cste.append(K)
print (Cste)

for i in range (0,7):           # boucle qui donne les coordonnées de chaque point représentant un corps
    plt.plot(i+1,Cste[i],"r.")

plt.xlim(0,8)                   # définit les valeurs extrémales sur l'axe x
plt.ylim(1E-28,1E-12)           # définit les valeurs extrémales sur l'axe y
plt.yscale('log')               # définit une échelle logarithmique pour l'axe des ordonnées
plt.grid(True, which="both", linestyle='--')
plt.xlabel("Numero du corps dans le tableau")
plt.ylabel("Valeur de la Cste en s²/m3")
plt.show()
```

❶ Déterminer, à partir du graphe obtenu par le programme, les groupes de corps orbitant autour du même astre.

❷ Quelle est la valeur de la constante des corps qui orbitent autour de la Terre ?

❸ A l'aide de la formule complète de la 3e loi de *Kepler* et d'une valeur donnée par le programme, déterminer la masse de la Terre.

❹ Déterminer la masse de l'astre autour duquel tourne le corps S2. Emettre une hypothèse quand à la nature physique de cet astre.