

Correction du contrôle n°6 - 2014

Exercice 1 : L'énigme des muons

- 1.1 D'après les lois de la mécanique classique, la distance moyenne parcourue par un muon de durée de vie moyenne $2,2 \mu s$ se déplaçant à la vitesse $v = 0,9997 c$ est :

$$d = v \times \Delta t$$
$$\Leftrightarrow d = 0,9997 \times 299\,792\,458 \times 2,2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

- 1.2 D'après la question précédente, un muon parcourt en moyenne 660 m avant de se désintégrer. Or il faudrait qu'il parcourt en réalité 20 km , soit $20\,000 \text{ m}$ pour atteindre le sol et être détecté. Donc d'après la mécanique classique la durée de vie d'un muon ne lui permet pas d'atteindre la surface de la Terre.

- 2.1 C'est dans le référentiel R_M du muon que ce dernier naît et meurt.

- 2.2 D'après le cours, le référentiel R_M est donc celui dans lequel on mesure le temps propre.

- 2.3 D'après la relativité restreinte, on a :

$$\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0$$

Ce qui donne, d'après les questions précédentes :

$$\Delta T_T = \gamma \cdot \Delta T_M$$
$$\Leftrightarrow \Delta T_T = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta T_M$$
$$\Leftrightarrow \Delta T_T = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,9997^2}{1^2}}} \times 2,2 \cdot 10^{-6} = 9,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Ainsi, si dans le référentiel mobile du muon, sa durée de vie moyenne est de $2,2 \mu s$, dans le référentiel terrestre, sa durée de vie moyenne est d'environ $90 \mu s$, soit 41 fois supérieure.

- 2.4 Dans le référentiel terrestre, le muon se déplace à une vitesse de $v = 0,9997 c$ pendant une durée de $90 \mu s$. Aussi, la distance qu'il peut espérer parcourir est donc :

$$d_T = v \times \Delta T_T$$
$$\Leftrightarrow d_T = 0,9997 \times 299\,792\,458 \times 9,0 \cdot 10^{-5} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ m}$$

Soit une distance d'environ 27 km , bien supérieure au 20 km qu'il doit traverser pour attendre le sol.

- 3.1 C'est la contraction des longueurs. Les 20 km de distance dans le référentiel terrestre apparaissent pour le muon comme une distance de 660 m .

- 3.2 $d_T = \gamma \cdot d_M$

- 4.1 Une particule matérielle (de masse $\neq 0$) ne peut atteindre la vitesse de la lumière car elle aurait alors une masse infinie.

- 4.2 La distance de 20 km dans le référentiel terrestre serait nulle dans le référentiel du supermuon.

$$d_T = \gamma \cdot d_M$$
$$\Leftrightarrow d_M = \frac{1}{\gamma} \cdot d_T$$
$$\Leftrightarrow d_M = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} \cdot d_T = 0$$

- 4.3 De la même manière :

$$\Delta T_T = \gamma \cdot \Delta T_M$$
$$\Leftrightarrow \Delta T_M = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta T_T$$
$$\Leftrightarrow \Delta T_M = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} \cdot \Delta T_T = 0$$

5. Parce qu'ils se déplacent à la vitesse de la lumière, le phénomène de contraction des longueurs est tel que la distance qui sépare ces deux photons est nulle dans leur propre référentiel. Ils sont donc superposés ! Ainsi, dans leur référentiel propre, si la notion de temps propre avait un sens pour ces photons, ils rencontreraient le sol au même instant alors que dans le référentiel de la Terre ils rencontrent le sol à deux dates différentes vu que l'un a une avance de 100 m sur l'autre. Maintenant, comme souligné dans le cours, les photons (particules se déplaçant à la vitesse de la lumière) n'ont pas de temps propre.

Exercice 2 : Synthèse de l'ammoniac

1. Quantité initiale de dihydrogène :

$$n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{30,0}{2 \times 1,0} = 15 \text{ mol}$$

Quantité initiale de diazote :

$$n_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{196}{2 \times 14} = 7,0 \text{ mol}$$

2. Tableau d'avancement :

<i>Etat du système</i>	<i>Avancement</i>	$N_2 \text{ (g)}$	+	$3 H_2 \text{ (g)}$	→	$2 NH_3 \text{ (g)}$
Initial	$x = 0$	7,0		15		0
Intermédiaire	x	$7,0 - x$		$15 - 3x$		$2x$
final	$x_{max} = 5,0$	2,0		0,0		10

D'après ce tableau, on remarque que le dihydrogène a été entièrement consommé à la fin de la réaction. Il s'agit donc du réactif limitant.

3. D'après le tableau, la quantité d'ammoniac formée est de 10 mol. Ainsi, d'après la loi des gaz parfaits, on aura :

$$\begin{aligned}
 PV &= nRT \\
 \Leftrightarrow V &= \frac{nRT}{P} \\
 \Leftrightarrow V &= \frac{10 \times 8,314 \times (273 + 0)}{101\,300} = 0,22 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

- 4.a On doit utiliser une fiole jaugée de 50,0 mL.

- 4.b On sait que :

$$\begin{aligned}
 n &= C \times V \\
 \Leftrightarrow n &= 0,40 \times 50,0 \cdot 10^{-3} = 0,020 \text{ mol}
 \end{aligned}$$

- 4.c Le titre massique de l'ammoniaque préparée est :

$$\begin{aligned}
 t &= C \times M_{NH_3} \\
 \Leftrightarrow t &= 0,40 \times 17 = 6,8 \text{ g / L}
 \end{aligned}$$