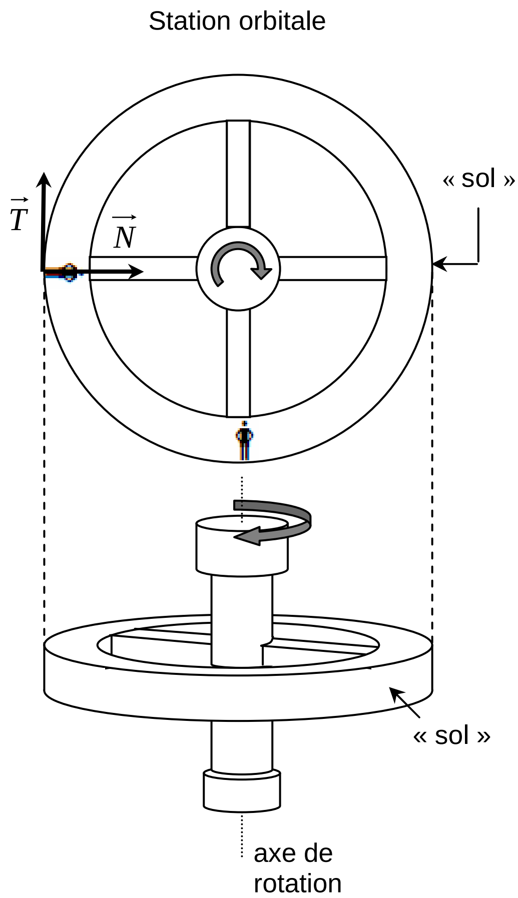
Contrôle n°4 – 2016

- L'usage de la calculatrice est interdit -

Station orbitale

L'organisme des personnes séjournant plusieurs mois dans une station orbitale subit des modifications importantes liées à l'absence de pesanteur : la masse musculaire diminue, les os se fragilisent, etc. Pour éviter ces phénomènes fragilisant dangereusement le corps, on cherchera certainement dans le futur à recréer une gravité artificielle à l'intérieur des stations orbitales.



La méthode réaliste :

Cette méthode consiste à construire une station orbitale ayant la forme d'un anneau et de la faire tourner à vitesse constante autour d'un axe de rotation. Les habitants de la station sont alors attirés vers le « sol » de la station par la force centrifuge. L'accélération a créée par la rotation de la station est ressentie par l'habitant comme une gravité artificielle.
On considère que la station fait ici un tour sur elle-même en une durée égale à $T = 10 \cdot \pi\ s$ (soit environ 31 s).
Soit un habitant de la station immobile par rapport au « sol » et placé au centre de la base de Frenet du schéma ci-contre. On étudiera le mouvement de cet habitant dans le référentiel placé au centre de la station et dont les 3 axes indiquent chacun la direction d'une étoile lointaine.

1.1. Définir le mouvement de cet habitant.

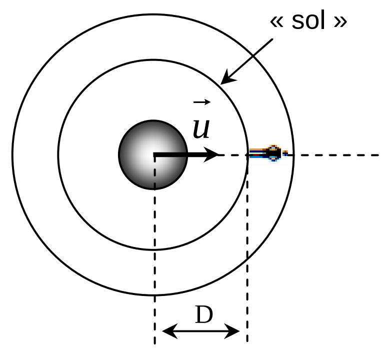
1.2. Sachant que le « sol » se trouve à R = 250 m de l'axe de rotation déterminer la vitesse v de rotation de l'habitant.

1.3. Déterminer, dans la base de Frenet du schéma, l'expression du vecteur accélération que subit l'habitant.

1.4. Calculer la valeur de cette accélération. Commenter cette valeur.

La méthode "science fiction" :

Une autre méthode consisterait, dans un lointain futur, à placer au centre de la station orbitale un corps hypermassif, c'est à dire de petite taille et ayant un intense champ de gravité (étoile à neutron, micro trou noir, ...).



2.1. Donner l'expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par l'astre central de masse M sur l'habitant de masse m en fonction du vecteur unitaire donné sur le schéma.

2.2. Montrer que si l'on considère cette force comme étant égale au poids de l'habitant, l'expression du champ de gravité au niveau du sol est alors : $g = \dfrac{G \times M}{D^2}$

2.3. Quelle devrait être l'ordre de grandeur de la masse M de l'astre central pour que l'habitant ressente une gravité équivalente à celle sur Terre ?

Mouvement orbital

On suppose cette station en orbite elliptique autour de la Terre avec un demi-grand axe égal à : A = 10 Mm.

3.1. En utilisant les données disponibles ci-contre, déterminer une expression permettant de calculer la période de révolution T_S de cette station dans le référentiel géocentrique.

3.2. Déterminer l'ordre de grandeur de cette période.

3.3. Donner la première loi de Kepler.

3.4. En quelle position remarquable se trouve placée la Terre pour la station orbitale ?

3.5. Si le péricentre de l'orbite de la station se trouve à 8,0 Mm du centre de la Terre, à quelle distance se trouve son apocentre ?

Masse de la Terre	$M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$
Masse de la Lune	$M_L = 7 \cdot 10^{22}\ kg$
Masse de comète Halley	$M_H = 1 \cdot 10^{14}\ kg$
Demi-grand axe Terre - Soleil	$A_T = 1 \cdot 10^{11}\ m$
Demi-grand axe Lune - Terre	$A_L = 3 \cdot 10^{8}\ m$
Demi-grand axe Halley - Soleil	$A_H = 3 \cdot 10^{12}\ m$
Période orbitale Terre	$T_T = 3 \cdot 10^{7}\ s$
Période orbitale Lune	$T_L = 2 \cdot 10^{6}\ s$
Période orbitale Halley	$T_H = 2 \cdot 10^{9}\ s$

Données :
- $G \approx 1 \times 10^{-10}$ *S.I.*
- D = 100 m
- $g_{Terre} = 10\ m \cdot s^{-2}$