Correction du contrôle n°4 – 2013

<u>Exercice 1</u> : **Mouvement dans un champ de pesanteur (*22 pts*)**

Phase 1 :

a. C'est un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est vérifié. *(1 pt)*

b. Les caractéristiques du poids du système $\{motard+moto\}$ sont : *(2 pts)*
- direction : verticale
- sens : vers le bas
- intensité : $P = mg = 280 \times 10 = 2{,}8 \times 10^3\ N$
- point d'application : centre de gravité du système $\{motard+moto\}$

L'auteur de la force « *poids* » est la Terre. *(1 pt)*

c. le trajet OA le système accélère. Ainsi, d'après la deuxième loi de Newton, les forces qui s'exercent sur lui ne se compensent pas : il n'est pas pseudo-isolé. *(2 pts)*

d. Calcul de l'accélération moyenne du système sur la portion OA :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - v_O}{t_A - t_O} = \frac{30-0}{6{,}0-0} = 5{,}0\ m \cdot s^{-2}$$ *(3 pts)*

e. Le mouvement sur le tremplin est donc rectiligne et uniforme (vitesse constante), donc d'après la première loi de Newton, le système est soumis à des forces qui se compensent : il est pseudo-isolé. *(2 pts)*

f. Sur le tremplin, les forces qui s'exercent sur le système $\{motard+moto\}$ sont : *(1 pt)*
- son poids
- la réaction normale du support
- la force de propulsion de la moto
- les forces de frottement

Phase 2 :

a. La grandeur g se nomme « *champ de pesanteur* » ou « *accélération du champ de pesanteur* ». *(1 pt)*

b. Le vecteur vitesse du système en B est : $\overrightarrow{v_B} \begin{pmatrix} v_A \cdot \cos\beta \\ v_A \cdot \sin\beta \end{pmatrix}$ *(1 pt)*

c. D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$ *(1 pt)*

$\Leftrightarrow\ \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ car la masse du système est constante.

$\Leftrightarrow\ \vec{P} = m\vec{a}$

$\Leftrightarrow\ \vec{a} = \vec{g}$

$\Leftrightarrow\ \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ *(1 pt)*

d. En intégrant le vecteur précédent on arrive à :

$$\vec{v}\begin{pmatrix} cste \\ -gt + cste' \end{pmatrix}$$

Or à l'origine du temps, $\vec{v} = \overrightarrow{v_B}$ donc :

$$\vec{v}\begin{pmatrix} cste \\ -g \times 0 + cste' \end{pmatrix} = \overrightarrow{v_B}\begin{pmatrix} v_A \cdot \cos\beta \\ v_A \cdot \sin\beta \end{pmatrix}$$

D'où : $\begin{matrix} cste = v_A \cdot \cos\beta \\ cste' = v_A \cdot \sin\beta \end{matrix}$

Et donc : $\vec{v}\begin{pmatrix} v_A \cdot \cos\beta \\ -g \times t + v_A \cdot \sin\beta \end{pmatrix}$ *(2 pts)*

En intégrant à nouveau on arrive au vecteur position du système :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} v_A \cdot \cos\beta \times t + cste \\ -\dfrac{g}{2} \times t^2 + v_A \cdot \sin\beta \times t + cste' \end{pmatrix}$$

Or, à l'origine du temps le système est confondu avec le point B (O; h) donc :

$$\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} v_A \cdot \cos\beta \times t \\ -\dfrac{g}{2} \times t^2 + v_A \cdot \sin\beta \times t + h \end{pmatrix}$$ *(2 pts)*

Les équations horaires de la vitesse sont :

$$\begin{cases} v_x = v_A \cdot \cos\beta \\ v_y = -g \times t + v_A \cdot \sin\beta \end{cases}$$

Les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_A \cdot \cos\beta \times t \\ y(t) = -\dfrac{g}{2} \times t^2 + v_A \cdot \sin\beta \times t + h \end{cases}$$

e. La fonction $v_y(t)$ est représentée par la courbe 3. *(1 pt)*

f. La fonction $x(t)$ est représentée par la courbe 1. *(1 pt)*

Question BONUS : **(2 pts)**

g. Lorsque le système arrive au sommet S de sa trajectoire, on a $v_y = 0$. Donc :

$$0 = -g \times t_S + v_A \cdot \sin\beta$$

$$\Leftrightarrow \quad t_S = \frac{v_A \cdot \sin\beta}{g}$$

Ainsi, l'altitude du point S est :

$$y(t_S) = -\frac{g}{2} \times \left(\frac{v_A \cdot \sin\beta}{g}\right)^2 + v_A \cdot \sin\beta \times \frac{v_A \cdot \sin\beta}{g} + h$$

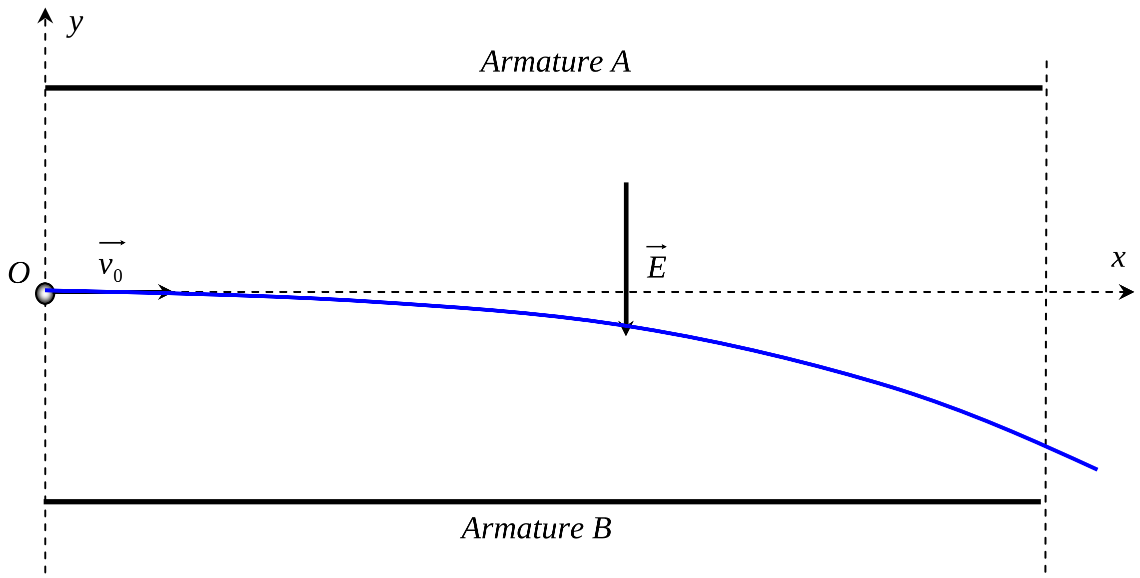
$$\Leftrightarrow \quad y(t_S) = \frac{v_A^2 \cdot \sin^2\beta}{2g} + h$$

Exercice 2 : **Mouvement dans un champ électrique** **(*18 pts*)**

1. Le système étudié est le {*proton*} *(1 pt)*

2. Comme les charges de même signe se repoussent et les charges de signe contraire s'attirent, le proton sera attiré par l'armature B tout en étant repoussé par la A. Il se dirigera donc vers l'armature B. *(2 pts)*

3. Allure de la trajectoire du proton : *(2 pts)*



4. Le poids du proton est de : $P = mg = 1{,}6 \cdot 10^{-27} \times 10 = 1{,}6 \cdot 10^{-26}\ N$. *(1 pt)*
   Ainsi le rapport entre le poids et la force électrique est :

$$\frac{F_E}{P} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-15}}{1{,}6 \cdot 10^{-26}} = 2{,}0 \cdot 10^{11}$$ *(1 pt)*

   La force électrique est environ 200 milliards de fois plus intense que le poids. Ce dernier peut donc être négligé lors de l'étude du mouvement du proton dans ce condensateur. *(1 pt)*

5. Le vecteur champ électrique : $\vec{E}\begin{pmatrix} 0 \\ -E \end{pmatrix}$ *(2 pts)*

6. On sait que : $\overrightarrow{F_E} = q\vec{E}$. *(1 pt)*

   Donc, avec la charge du proton : $\overrightarrow{F_E} = e\vec{E}$.

   D'où : $\overrightarrow{F_E}\begin{pmatrix} e \times 0 \\ e \times -E \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{F_E}\begin{pmatrix} 0 \\ -eE \end{pmatrix}$ *(2 pts)*

7. D'après la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$ *(1 pt)*

$\Leftrightarrow$ $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ car la masse du proton est constante.

Donc : $\overrightarrow{F_E} = m\vec{a}$ (1 pt)

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -eE \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

D'où $\vec{a} \begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{eE}{m} \end{pmatrix}$

8. L'équation de la trajectoire est :

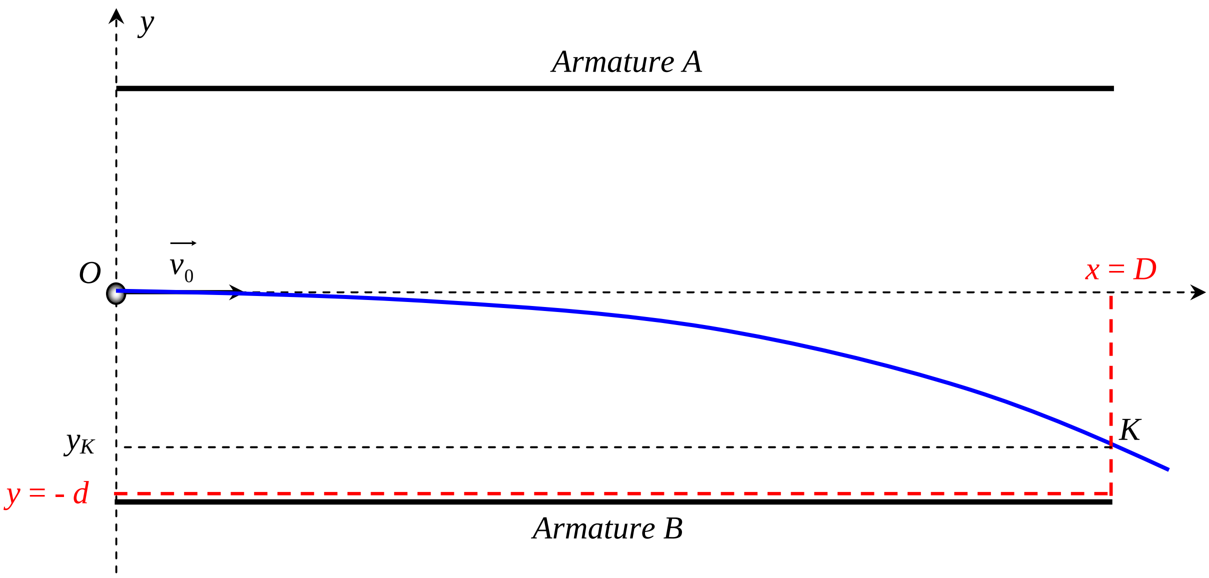
$t = \dfrac{x}{v_0}$ (1 pt)

$$\Leftrightarrow \; y(x) = -\frac{eE}{2m} \times \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \; y(x) = -\frac{eE}{2m{v_0}^2} \cdot x^2 \quad \text{(2 pts)}$$

***Question BONUS :* (2 pts)**

9. Soit K le point de sortie du proton. Pour que le proton ressorte du condensateur sans toucher l'armature B, il faut que lorsqu'il atteint l'abscisse $x_K = D$, son ordonnée y_K soit supérieure à $-d$.



Donc, en utilisant l'équation de la trajectoire, cela donne :

$$y_K > -d$$

$$\Leftrightarrow \; -\frac{eE}{2m{v_0}^2} \cdot {x_K}^2 > -d$$

$$\Leftrightarrow \; -\frac{eE}{2m{v_0}^2} \cdot D^2 > -d$$

$$\Leftrightarrow \; \frac{eE}{2m{v_0}^2} \cdot D^2 < d$$

$$\Leftrightarrow \; E < \frac{2m{v_0}^2 d}{eD^2} \quad \text{C.Q.F.D.}$$