Correction du contrôle n°5 – 2013

<u>Exercice 1</u> : **Relativité restreinte**

1.a. $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{10}{3{,}00\cdot 10^8}}} = 1{,}0$

1.b. Comme le facteur de Lorentz est égal à 1, la différence entre le temps propre du sprinter et le temps mesuré dans le référentiel terrestre est nul. Aucun effet relativiste ne se manifeste pour une telle vitesse.

1.c. La célérité de la lumière est une constante quelque soit le référentiel considéré.

2.a. La durée ΔT est un temps mesuré.

2.b. $v = \dfrac{D}{\Delta T} \Leftrightarrow \Delta T = \dfrac{D}{v}$

2.c. D'après la transformation de Lorentz : $\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0$

Donc ici : $\Delta T = \gamma \cdot \Delta T_{astronef}$

2.d. On a donc : $\Delta T = \gamma \cdot \Delta T_{astronef}$ et $\Delta T = \dfrac{D}{v}$

D'où : $\dfrac{D}{v} = \gamma \cdot \Delta T_{astronef}$

$$\Leftrightarrow \frac{D}{v} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta T_{astronef}$$

$$\Leftrightarrow \frac{D^2}{v^2} = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta T_{astronef}{}^2$$

$$\Leftrightarrow D^2 = \frac{1}{\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}} \cdot \Delta T_{astronef}{}^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2}\right) D^2 = \Delta T_{astronef}{}^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v^2}-\frac{1}{c^2} = \frac{\Delta T_{astronef}{}^2}{D^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{\Delta T_{astronef}{}^2}{D^2} + \frac{1}{c^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{\Delta T_{astronef}{}^2 \cdot c^2}{D^2 c^2} + \frac{D^2}{D^2 c^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v^2} = \frac{\Delta T_{astronef}{}^2 \cdot c^2 + D^2}{D^2 c^2}$$

$$\Leftrightarrow\ v^2 = \frac{D^2 c^2}{\Delta T_{astronef}{}^2 \cdot c^2 + D^2}$$

D'où : $$v = \frac{D \cdot c}{\sqrt{\Delta T_{astronef}{}^2 \cdot c^2 + D^2}}$$

Application numérique :

$$v = \frac{4{,}22 \times (365.25 \times 24 \times 3600 \times 3{,}00 \cdot 10^8) \times 3{,}00 \cdot 10^8}{\sqrt{(3{,}0 \times (365{,}25 \times 24 \times 3600))^2 \cdot (3{,}00 \times 10^8)^2 + (4{,}22 \times (365.25 \times 24 \times 3600 \times 3{,}00 \cdot 10^8))^2}}$$

$$v = 2{,}4 \cdot 10^8\ m/s$$

Soit $v = 0{,}82\ c$, donc les effets relativistes sont bien visibles.

<u>Exercice 2</u> : Travail et énergie

1. Les forces que subit cette particule durant son mouvement sont :
   - son poids
   - la force de frottement de l'air
   - la poussée d'Archimède
   - la force électrique

2. Les forces conservatives sont :
   - son poids
   - la force électrique

3. Le travail de la force de frottement s'écrit :

   $$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos(180°)$$

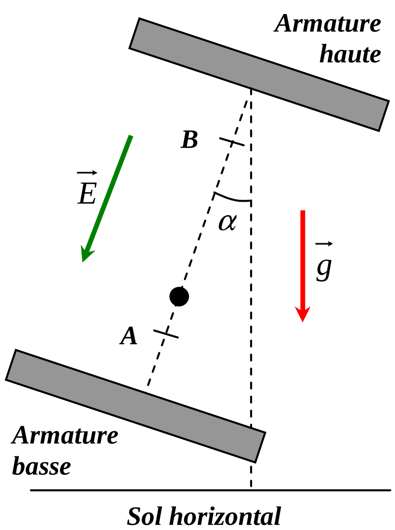
   $$\Leftrightarrow\ W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB \times \cos(180°)$$

   Car le sens de la force de frottement de l'air est opposé à celui de la vitesse de la particule.

   Donc : $W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB$

4. Comme la particule chargée négativement est attirée par l'armature haute, celle-ci est donc chargée positivement car les charges dont le signe est opposé s'attirent.

5. Les champs :



6. Calcul du travail du poids et du travail de la force électrique :

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow W_{AB}(\vec{P}) = P \times AB \times \cos(\pi - \alpha) = -P \times AB \times \cos(\alpha)$$

Donc $W_{AB}(\vec{P}) = -mg \cdot AB \times \cos(\alpha)$

$$W_{AB}(\overrightarrow{F_E}) = \overrightarrow{F_E} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow W_{AB}(\overrightarrow{F_E}) = F_E \times AB \times \cos(0) = F_E \times AB = |q| \cdot E \times AB = |q| \cdot \frac{U_{BA}}{AB} \times AB$$

Donc : $W_{AB}(\overrightarrow{F_E}) = |q| \cdot U_{BA} = |q| \times (V_B - V_A)$

7. Le travail du poids étant négatif, il est résistant.
Le travail de la force électrique étant positif, il est moteur.

8. $W_{AB}(\vec{P}) = -mg \cdot AB \times \cos(\alpha) = -3{,}2 \cdot 10^{-27} \times 9{,}8 \times 1{,}8 \times \cos(30°) = -4{,}9 \cdot 10^{-26}\ J$

$W_{AB}(\overrightarrow{F_E}) = |q| \times (V_B - V_A) = 2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19} \times \big(3{,}0 - (-2{,}0)\big) = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\ J$

$\left|\frac{W_{AB}(\overrightarrow{F_E})}{W_{AB}(\vec{P})}\right| = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-18}}{4{,}9 \cdot 10^{-26}} = 3{,}3 \cdot 10^{7}$ On remarque que le travail du poids est insignifiant. On peut donc négliger l'énergie potentielle de pesanteur.

9. L'énergie mécanique est par définition égale à :
$Em = Ec + Ep_P + Ep_{él}$
Or, d'après la conclusion de la question précédente on a alors :
$Em = Ec + Ep_{él}$
Donc : $Em_A = \frac{1}{2} m v_A{}^2 + qV_A$

10. De la même façon on aura au point B :
$Em_B = \frac{1}{2} m v_B{}^2 + qV_B$

11. Comme aucune force non conservative ne travaille (car il n'y a pas de force de frottement vu qu'on est dans le vide), l'énergie mécanique du système {particule} se conserve.
Ainsi : $Em_A = Em_B$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_A{}^2 + qV_A = \frac{1}{2} m v_B{}^2 + qV_B$$

$$\Leftrightarrow v_B{}^2 - v_A{}^2 = \frac{2q(V_A - V_B)}{m}$$

$$\Leftrightarrow v_B{}^2 = \frac{2q(V_A - V_B)}{m} + v_A{}^2$$

$$\Leftrightarrow v_B = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m} + v_A{}^2}$$

$$\Leftrightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \times (2 \times -1{,}6 \cdot 10^{-19}) \times (-2{,}0 - 3{,}0)}{3{,}2 \cdot 10^{-27}} + 0{,}53^2}$$

$$\Leftrightarrow v_B = 3{,}2 \cdot 10^{4}\ m/s$$

12. D'après l'énoncé le mouvement de la particule est rectiligne accéléré, donc, d'après la première loi de Newton, la particule ne peut être soumise à des forces qui se compensent. Elle n'est donc pas pseudo-isolée (et encore moins isolée).